

Inhaltsverzeichnis

I	Zinsrechnung	1
I.1	Jährliche Verzinsung	1
I.1.1	Einfache Verzinsung	1
I.1.2	Zinseszinsen	1
I.2	Unterjährliche Verzinsung	1
I.2.1	Einfache Verzinsung	1
I.2.2	Unterjährliche Zinseszinsen	1
I.2.3	Effektivverzinsung	2
I.2.4	Konformer (unterjähriger Perioden-) Zinssatz k	2
I.3	Besondere Laufzeiten	2
I.3.1	Gemischte Zinsen	2
I.3.2	Stetige Verzinsung	2
II	Rentenrechnung	2
II.1	Jährliche Rentenzahlungen bei jährlich nachschüssigen Zinseszinsen	2
II.1.1	Nachschüssige Rentenzahlungen	2
II.1.2	Vorschüssige Rentenzahlungen	2
II.2	Unterjährliche Rentenzahlungen	3
II.2.1	Nachschüssige unterjährliche Rentenzahlung bei nachschüssigen jährlichen Zinsen	3
II.2.2	Vorschüssige unterjährliche Rentenzahlung bei nachschüssigen jährlichen Zinsen	3
II.2.3	Unterjährliche Renten mit indentischer Zins- und Rentenperiode	3
II.2.4	Unterjährliche Renten mit unterjährlicher längerer Zinsperiode	3
II.3	Ewige Rente	4
II.4	Annuitätenmethode	4
II.5	Dynamische Rente	4
III	Tilgungsrechnung	4
III.1	Ratentilgung	4
III.1.1	jährliche Ratentilgung	4
III.1.2	unterjährliche Ratentilgung	5
III.2	Annuitäten	5
III.2.1	jährliche Annuitätentilgung	5
III.2.2	unterjährliche Annuitätentilgung	5
III.2.3	Prozentannuitätentilgung	6
IV	Abschreibungen	6
IV.1	lineare AfA	6
IV.2	Degressive AfA	6
V	Kurs und Effektivverzinsung	7
V.1	Bewertung von Zinsschulden	7
V.1.1	Jährliche Zinsschuld ohne Agio/Jahrescoupon	7
V.1.2	Jährliche Zinsschuld mit Aufgeld (Agio)	7
V.1.3	Unterjährliche Zinsschuld	7
V.2	Bewertung von Ratenschulden	7
V.2.1	Jährliche Ratenschuld	8
V.2.2	Jährlich aufgeschobene Ratenschuld	8
V.2.3	Unterjährliche Ratenschuld	8
V.3	Bewertung von Annuitätenschulden	9
V.3.1	jährliche Annuitätenschuld	9
V.3.2	Jährliche Prozentannuitätenschuld	9
V.4	Effektivverzinsung von Teilzahlungskrediten	9

VI Versicherungsmathematik	9
VI.1 Sterbetafeln	10
VI.2 Lebensversicherung	10
VI.2.1 Todesfallversicherung auf Lebenszeit gegen Sofortbetrag	10
VI.2.2 Todesfallversicherung - Beitragszahlung auf Lebenszeit	10
VI.2.3 Todesfallversicherung - befristet, gegen Sofortbetrag	11
VI.2.4 Todesfallversicherung auf Lebenszeit, Beitragszahlungen befristet	11
VI.2.5 Todesfallversicherung - Beitragszahlungen und Versicherungsleistung befristet	11
VI.2.6 Erlebensfallversicherung gegen Sofortbetrag	11
VI.2.7 Erlebensfallversicherung - Beitragszahlung bis zum Tode, spätestens zum Versicherungsende	11
VI.2.8 Gemischte Versicherung - gegen Sofortbetrag	11
VI.2.9 Gemischte Versicherung - Beitragszahlungen bis zum Todesfall, spätestens zum Versicherungsende	11
VI.2.10 Gemischte Versicherung - befristete Zahlungen	11
VI.2.11 Versicherung mit Bonus	12
VI.3 Rentenversicherungen (Leibrenten)	12
VI.3.1 Leibrente auf Lebenszeit	12
VI.3.2 Befristete Leibrente	12
VI.3.3 Aufgeschobene Leibrente auf Lebenszeit	12
VI.3.4 Aufgeschobene Leibrente auf n Jahre befristet	12
VII Nullstellen bestimmen	13
VII.1 Schätzen	13
VII.2 Interpolation	13
VII.3 Newtonsches Näherungsverfahren	13

I Zinsrechnung

$$\text{Zinssatz } i = \frac{K_1 - K_0}{K_0}$$

I.1 Jährliche Verzinsung

Zinsperiode 1 Jahr (nachsüssig).
 Laufzeit n Jahre.

I.1.1 Einfache Verzinsung

$$\begin{aligned} K_1 &= K_0 + Z \\ K_n &= K_0 \cdot (1 + n \cdot i) \\ \text{Barwert } K_0 &= \frac{K_n}{1 + n \cdot i} \\ i &= \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{K_n}{K_0} - 1 \right) \\ n &= \frac{1}{i} \cdot \left(\frac{K_n}{K_0} - 1 \right) \end{aligned}$$

I.1.2 Zinseszinsen

$$\begin{aligned} K_n &= K_0 \cdot (1 + i)^n = K_0 \cdot q^n \\ i &= \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1 \\ n &= \frac{\log K_n - \log K_0}{\log q} \end{aligned}$$

I.2 Unterjährliche Verzinsung

Zinsperiode < 1 Jahr

I.2.1 Einfache Verzinsung

Wir auf ein Jahr hochgerechnet.

I.2.2 Unterjährliche Zinseszinsen

Zinsperioden pro Jahr m
 Laufzeit in Jahren n

$$\begin{aligned} i^* &= \frac{i}{m} \\ q^* &= 1 + i^* \\ K_n &= K_0 \cdot q^{*m \cdot n} \end{aligned}$$

I.2.3 EffektivverzinsungEffektiver Zinssatz j

$$j = (1 + i^*)^m - 1$$

$$K_n = K_0 \cdot (1 + j)^n$$

I.2.4 Konformer (unterjähriger Perioden-) Zinssatz k

$$k = \sqrt[m]{1 + i} - 1$$

$$K_n = K_0 \cdot (1 + k)^{m \cdot n}$$

I.3 Besondere Laufzeiten**I.3.1 Gemischte Zinsen**

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^{n_1} \cdot (1 + n_2 \cdot i)$$

I.3.2 Stetige Verzinsung

$$K_n = K_0 \cdot e^{i \cdot n}$$

II Rentenrechnung**II.1 Jährliche Rentenzahlungen bei jährlich nachschüssigen Zinseszinsen****II.1.1 Nachschüssige Rentenzahlungen**

$$R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$R_0 = \frac{R_n}{q^n} = r \cdot \frac{1}{q^n} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$q^n = \frac{R_n}{r} \cdot (q - 1) + 1 = \frac{-r}{R_0 \cdot (q - 1) - r}$$

$$n = \frac{\log \left[1 + \frac{R_n}{r} \cdot (q - 1) \right]}{\log q} = \frac{-\log \left[1 - \frac{R_0}{r} \cdot (q - 1) \right]}{\log q}$$

II.1.2 Vorschüssige Rentenzahlungen

$$R_0 \cdot q^n = R_n = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$n = \frac{-\log \left(1 - \frac{R_0 \cdot (q-1)}{r \cdot q} \right)}{\log q}$$

$$q^n = \frac{1}{1 - \frac{R_0 \cdot (q-1)}{r \cdot q}}$$

II.2 Unterjährliche Rentenzahlungen

II.2.1 Nachschüssige unterjährliche Rentenzahlung bei nachschüssigen jährlichen Zinsen

Ersatzrentenrate

$$r_e = r \cdot \left[m + \frac{i}{2} \cdot (m - 1) \right]$$

$$R_n = r_e \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

II.2.2 Vorschüssige unterjährliche Rentenzahlung bei nachschüssigen jährlichen Zinsen

$$r_e = r \cdot \left[m + \frac{i}{2} \cdot (m + 1) \right]$$

$$R_n = r_e \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

II.2.3 Unterjährliche Renten mit indentischer Zins- und Rentenperiode

$$q^* = 1 + i^* = 1 + \frac{i}{n}$$

Nachschüssig: $R_n = r \cdot \frac{q^{*n \cdot m} - 1}{q^* - 1}$

$$R_0 = \frac{R_n}{q^{*n \cdot m}}$$

Vorschüssig: $R_n = r \cdot q^* \cdot \frac{q^{*n \cdot m} - 1}{q^* - 1}$

$$R_0 = r \cdot \frac{R_n}{q^{*n \cdot m}} = r \cdot \frac{1}{q^{*n \cdot m - 1}} \cdot \frac{q^{*n \cdot m} - 1}{q^* - 1}$$

II.2.4 Unterjährliche Renten mit unterjährlicher längerer Zinsperiode

m Zinsperioden pro Jahr
 c Rentenperioden pro Zinsperiode
 m · c Rentenperioden pro Jahr

Zinsperiodenkongruente Ersatzrentenrate:

$$r_e^* = r \cdot \left[c + \frac{i^*}{2} \cdot (c - 1) \right] \dots \text{Nachschüssig}$$

$$r_e^* = r \cdot \left[c + \frac{i^*}{2} \cdot (c + 1) \right] \dots \text{Vorschüssig}$$

$$R_n = r_e^* \cdot \frac{q^{*n \cdot m} - 1}{q^* - 1}$$

$$R_0 = \frac{R_n}{q^{*n \cdot m}}$$

II.3 Ewige Rente

$$R_0 = \frac{r}{q-1} = \frac{r}{i}$$

II.4 Annuitätenmethode

- G Kapitalwert
- E Einnahme
- A Ausgabe

$$\text{Rentenformel: } r = \frac{R_0 \cdot q^n \cdot (q-1)}{q^n - 1}$$

$$\text{Einnahmeannuität: } e = \frac{E \cdot q^n \cdot (q-1)}{q^n - 1}$$

$$\text{Ausgabeannuität: } a = \frac{A \cdot q^n \cdot (q-1)}{q^n - 1}$$

$$\text{Überschußannuität } p = G \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{q^n - 1}$$

II.5 Dynamische Rente

$$s = \frac{1}{q-1} \cdot \left(\frac{q^n - 1}{q-1} - n \right)$$

III Tilgungsrechnung

Agio - Aufgeld in Prozent der Tilgung auf die Annuität!

III.1 Ratentilgung

Tilgungsrate (T) ist konstant.

III.1.1 jährliche Ratentilgung

S_0 - Schuldsomme

$$T = \frac{S_0}{n}$$

$$\text{Restschuld nach } r \text{ Jahren: } S_r = T \cdot (n - r)$$

$$\text{Zinsbetrag nach } r \text{ Jahren: } z_r = T \cdot (n - r + 1) \cdot i$$

$$\text{Annuität nach } r \text{ Jahren: } A_r = T \cdot (1 + (n - r + 1) \cdot i)$$

III.1.2 unterjährliche Ratentilgung

m Tilgungsperioden pro Jahr

$A_{v/r}$	Annuitäten nach v Perioden des r. Jahres:
$S_{v/r}$	Restschuld nach v Perioden des r. Jahres:
$z_{v/r}$	Zinsbelastung nach v Perioden des r. Jahres:

$$T = \frac{S_0}{n \cdot m}$$

$$i^* = \frac{i}{m}$$

$$S_{v/r} = T \cdot (m \cdot (n - r + 1) - v)$$

$$z_{v/r} = T \cdot (m \cdot (n - r + 1) - v + 1) \cdot i^*$$

$$A_{v/r} = T \cdot (1 + (m \cdot (n - r + 1) - v + 1) \cdot i^*)$$

III.2 Annuitäten

$$A = T + Z = \text{Konstant}$$

III.2.1 jährliche Annuitätentilgung

$$\text{Rentenformel: } R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$A := r$$

$$\text{Schuldsumme: } S_0 = R_0$$

$$A = S_0 \cdot q^n \cdot \frac{q - 1}{q^n - 1}$$

$$\text{Restschuld nach r Jahren: } S_r = S_0 \cdot \frac{q^n - q^r}{q^n - 1}$$

$$\text{Tilgung nach r Jahren: (Ende des Jahres)} T_r = S_0 \cdot i \cdot \frac{q^{r-1}}{q^n - 1}$$

$$\text{Zinsbelastung nach r Jahren: } Z_r = S_0 \cdot i \cdot \frac{q^n - q^{r-1}}{q^n - 1}$$

III.2.2 unterjährliche Annuitätentilgung

Monatsannuität a, monatlich Nachschüssig.

Die ersten 12 Monatsannuitäten werden auf die erste Jahresannuität (A) bezogen.

$$a = r; A = r_e$$

c Tilgungsperioden / Zinsperiode

z_j	Zinsbelastung am Jahresende:
S_j	Restschuld zu Beginn des Jahres:
z_j	Zinsbelastung am Ende der j. Zinsperiode (Unterjährlich)
s_j	Schuldsumme am Ende der j. Zinsperiode

$$a = \frac{A}{m + \frac{i}{2} \cdot (m-1)} \text{ enthält keine Zinsen}$$

$$A = S_0 \cdot q^n \cdot \frac{q-1}{q^n-1} \text{ enthält Zinsen}$$

$$z_j = i \cdot \left(S_j - a \cdot \frac{m-1}{2} \right)$$

$$S_j = S_{j-1} - m \cdot a + z_{j-1}$$

$$z_j = \frac{i}{m} \cdot \left(s_{j-1} - a \cdot \frac{c-1}{2} \right)$$

$$s_j = s_{j-1} - c \cdot a + z_j$$

III.2.3 Prozentannuitätentilgung

$$\text{Laufzeit: } n = \frac{\log A - \log T_1}{\log q}$$

$$n = n_1 + n_2; n_1 \text{ ist ganzzahlig}$$

$$\text{Abschlußzahlung: } A_s = s_0 \cdot q^{n_1} - A \cdot \frac{q^{n_1} - 1}{q - 1}$$

$$\text{Schulden JA} + A = q \cdot \text{Schulden JE}$$

IV Abschreibungen

Nennwert :	K_0	Anschaffungswert, Neuwert
Nutzungsdauer :	n	in Jahren
Buchwert:	K_m	nach m Jahren ($m \leq n$)
Abschreibungsbetrag:	Q_m	auch Quote
Restwert:	K_n	Altwert, Schrottwert

IV.1 lineare AfA

Jährliche AfA ist konstant $Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q$

$$Q = \frac{K_0 - K_n}{n}$$

$$\text{Abschreibungsprozentsatz: } i = \frac{Q}{K_0}$$

$$\text{Buchwert nach } m \text{ AfAs: } K_m = \frac{K_0 \cdot (n - m) + m \cdot K_n}{n}$$

IV.2 Degressive AfA

$$K_m = K_0 \cdot (1 - i)^m$$

$$Q_m = K_0 \cdot (1 - i)^{m-1} \cdot i = f(m)$$

Übergang lin nach degr AfA: $m \geq n - \frac{1}{i}$

m ist letztes Jahr f. degr AfA

V Kurs und Effektivverzinsung

Realkapital ist Barwert aller Leistungen bei Effektivverzinsung K'_0
 Nennwert (N) ist Barwert der Einnahmen bei Nominalverzinsung K_0
 Kurs C_0

$$C_0 = \frac{K'_0}{K_0} \cdot 100$$

V.1 Bewertung von Zinsschulden

Tilgung am Ende der Laufzeit (n Jahre)
 Zinsen nachschüssig, jährlich

V.1.1 Jährliche Zinsschuld ohne Agio/Jahrescoupon

i' : Effektivverzinsung (Marktzins)
 i : Nominalverzinsung (Anleihenverzinsung)

$$C_0 = p \cdot \frac{1}{q'^n} \cdot \frac{q'^n - 1}{q' - 1} + \frac{100}{q'^n}$$

Abkürzung:

$$f'_n = \frac{1}{q'^n} \cdot \frac{q'^n - 1}{q' - 1} \Rightarrow \text{Rentenbarwertfaktor}$$

V.1.2 Jährliche Zinsschuld mit Aufgeld (Agio)

α : Aufgeld in Prozent vom Nennwert

$$C_0 = p \cdot f'_n + \frac{100 + \alpha}{q'^n}$$

V.1.3 Unterjährliche Zinsschuld

m Zinsperioden pro Jahr
 Periodenzinssatz $p^* = \frac{p}{m}$ (Nominal)
 $p^* = \frac{p'}{m}$ (Effektiv)

$$C_0 = \left(p + \frac{p}{m} \cdot \frac{i' \cdot (m-1)}{2} \right) \cdot f'_n + \frac{100 + \alpha}{q'^n}$$

$$f'_n = \frac{1}{q'^n} \cdot \frac{q'^n - 1}{q' - 1}$$

V.2 Bewertung von Ratenschulden

Tilgungsraten, Nachschüssige Zinsberechnung

V.2.1 Jährliche Ratenschuld

Tilgungsraten Jährlich, Zinsabrechnung jährlich

T_B	Barwert der Tilgungsrate
Z_B	Barwert der Zinsen
C_0	Barwert bei jährlicher Ratenschuld

$$T_B = \frac{100}{n} \cdot f'_n$$

$$Z_B = \frac{100}{n} \cdot \frac{p}{p'} \cdot (n - f'_n)$$

$$C_0 = T_B + Z_B = \frac{100}{n} \cdot \left[f'_n + \left(\frac{p}{p'} (n - f'_n) \right) \right]$$

V.2.2 Jährlich aufgeschobene Ratenschuld

k Jahre sind Tilgungsfrei, jährlich p DM Zinsen (N=100) danach n Jahre Tilgung

$$C_0 = p \cdot f'_k + \frac{100}{n} \left[f'_n + \frac{p}{p'} \cdot (n - f'_n) \right] \cdot \frac{1}{q'^k}$$

V.2.3 Unterjährliche Ratenschuld

m Tilgungsperioden pro Jahr

t	Unterjährliche Tilgungsrate
r_e	Konforme Ersatzrentenrate (Nachschüssig)
T_B	Barwert der Tilgungsrate
Z_J	Zinsersparnis pro Jahr
Z_B	Barwert aller Zinszahlungen
C_0	Kurs

$$t = \frac{\text{Nennwert}}{m \cdot n}$$

$$r_e = \frac{100}{m \cdot n} \left[n + \frac{i'}{2} (m - 1) \right]$$

$$T_B = \frac{100}{n \cdot m} \left[n + \frac{i'}{2} (m - 1) \right] \cdot f'_n$$

$$Z_J = \frac{100}{m \cdot n} \cdot \frac{i}{2} \cdot (m - 1)$$

$$\text{(Jährliche Ratenschuld)} \quad Z_B = \frac{100 \cdot p}{n \cdot p'} (n - f'_n)$$

$$Z_B = \frac{100 \cdot p}{n \cdot p'} \cdot (n - f'_n) - \frac{100 \cdot i}{m \cdot n \cdot 2} \cdot (m - 1) \cdot f'_n$$

$$C_0 = T_B + Z_B$$

V.3 Bewertung von Annuitätenschulden

V.3.1 jährliche Annuitätenschuld

A : Annuität

$$A = S_0 \cdot q^n \cdot \frac{q-1}{q^n-1}$$

$$C_0 = S_0 \cdot q^n \frac{q-1}{q^n-1} \cdot f'_n = A \cdot f'_n$$

aufgeschobene Annuitätenschuld (jährlich)

k Jahre Tilgungsfrei, n Jahre Tilgung

$$C_0 = p \cdot f'_k + A \cdot f'_n \cdot \frac{1}{q^k}$$

V.3.2 Jährliche Prozentannuitätenschuld

$$A = p + t = \text{konst}$$

$n = n_1 + n_2$ ist Ganzzahlig

$$n = \frac{\log A - \log T_1}{\log q}$$

$$A_s = S_0 \cdot q^{n_1} - A \frac{q^{n_1}}{q-1}$$

$$C_0 = (p+t) \cdot f'_{n_1} + A_s \cdot \frac{1}{q^{n_1}}$$

aufgeschobene Annuitätenschuld (jährlich)

k Jahre Tilgungsfrei, n Jahre Tilgung

$$C_0 = p \cdot f'_k + [(p+t) \cdot f'_{n_1} + A_s \cdot \frac{1}{q^{n_1}}] \cdot \frac{1}{q^k}$$

V.4 Effektivverzinsung von Teilzahlungskrediten

k	Tilgungsperioden insgesamt
m	Tilgungsperioden / Jahr
i'	Jahreseffektivverzinsung
Z_j	Zinsen der Periode j
S_j	Restschuld zu Beginn der Periode j

$$\frac{i'}{m} = \frac{\sum_{j=1}^k Z_j}{\sum_{j=1}^k S_j}$$

VI Versicherungsmathematik

nur Lebensversicherung!

VI.1 Sterbetafeln

B_x	Bevölkerungsgröße zu Beginn des Jahres x
r_x	$= \frac{B_{x+1} - B_x}{B_x}$ jährliche Wachstumsrate
S_x	Sterbefälle im Jahr x
$\frac{S_x}{B_x}$	Sterberate
G_x	Geburtenanzahl
$\frac{G_x}{B_x}$	Geburtenrate
E_x	Einwandereranzahl
A_x	Auswandereranzahl

$$B_{x+1} - B_x = G_x - S_x + E_x - A_x$$

$$W(25 \Rightarrow 75) = \frac{l_{75}}{l_{25}}$$

VI.2 Lebensversicherung**q = 1,04****VI.2.1 Todesfallversicherung auf Lebenszeit gegen Sofortbetrag**

s	Versicherungssumme
x	Alter (zu Beginn des Jahres)
A_x	Sofortbetrag
$l_x \cdot A_x$	Leistung aller Versicherungsnehmer
w	Höchstalter (100 Jahre)
D_x / i	$l_x \cdot v_x$

$$v = \frac{1}{q}$$

$$l_x \cdot A_x = \sum_{k=x}^w d_k \cdot v^{k-x+1}$$

$$l_x \cdot A_x \cdot v^x = \sum_{k=x}^w d_k \cdot v^{k+1}$$

$$A_x = \frac{M_x}{D_x} \cdot s$$

VI.2.2 Todesfallversicherung - Beitragszahlung auf Lebenszeit B_x jährlicher Beitrag

$$B_x = \frac{M_x}{N_x} \cdot s$$

Monatlicher Beitrag

$$r = \frac{B_x}{m + \frac{i}{2}(m-1)}$$

VI.2.3 Todesfallversicherung - befristet, gegen Sofortbetrag

befristet auf n Jahre

$${}_nA_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \cdot s$$

VI.2.4 Todesfallversicherung auf Lebenszeit, Beitragszahlungen befristet

$${}_nB_x = \frac{M_x}{N_x - N_{x+n}} \cdot s$$

Monatsbeitrag:

$$r = \frac{B_x}{m + \frac{i}{2}(m-1)}$$

VI.2.5 Todesfallversicherung - Beitragszahlungen und Versicherungsleistung befristet

$${}_{nn}B_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \cdot s$$

VI.2.6 Erlebensfallversicherung gegen Sofortbetrag

$$E_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot s$$

VI.2.7 Erlebensfallversicherung - Beitragszahlung bis zum Tode, spätestens zum Versicherungsende

$$F_x = \frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \cdot s$$

VI.2.8 Gemischte Versicherung - gegen Sofortbetrag

$$A_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} \cdot s$$

VI.2.9 Gemischte Versicherung - Beitragszahlungen bis zum Todesfall, spätestens zum Versicherungsende

$$B_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \cdot s$$

VI.2.10 Gemischte Versicherung - befristete Zahlungen

n - Versicherungsdauer

t - Zahlungsdauer

$${}_tA_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+t}} \cdot s$$

VI.2.11 Versicherung mit Bonus

Bonus in % von s

$$G_x = \frac{M_x + \frac{s}{100} \cdot D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

VI.3 Rentenversicherungen (Leibrenten)**VI.3.1 Leibrente auf Lebenszeit**

s'_x Durchschnitt eines vorschüssigen Rentenbarwertes
 R Rentenrate (jährlich)

$$s'_x = R \cdot \frac{N_x}{R_x} \text{vorschüssig}$$

$$s_x = s'_x - R \text{nachschüssig}$$

VI.3.2 Befristete Leibrente

$$s'_x = R \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \text{vorschüssig}$$

$$s_x = s'_x - R \text{nachschüssig}$$

VI.3.3 Aufgeschobene Leibrente auf Lebenszeit

$$s'_x = R \cdot \frac{N_{x+t}}{D_x} \text{vorschüssig}$$

$$s_x = s'_x - R \text{nachschüssig}$$

VI.3.4 Aufgeschobene Leibrente auf n Jahre befristet

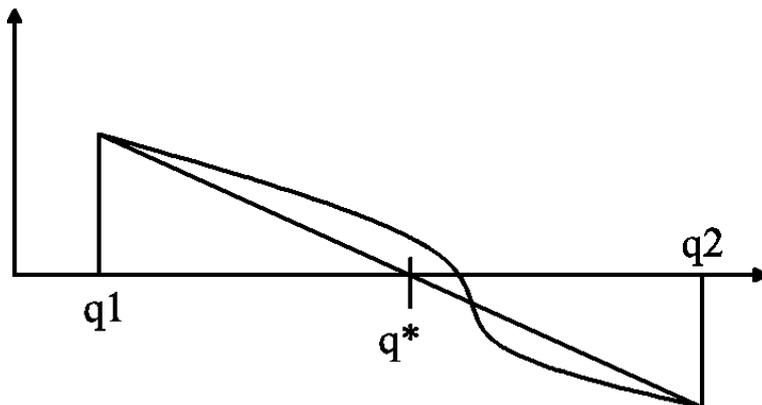
$$s'_x = R \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+t+n}}{D_x} \text{vorschüssig}$$

$$s_x = s'_x - R \text{nachschüssig}$$

VII Nullstellen bestimmen

VII.1 Schätzen

VII.2 Interpolation



$$q_0^* = q_1 + (q_1 - q_2) \cdot \frac{G(q_1)}{G(q_2) - G(q_1)}$$

VII.3 Newtonsches Näherungsverfahren

$$q_0^* = q_1 - \frac{G(q_1)}{G'(q_1)}$$